

Praktický přístup k modelování geometrie tvaru bulev cukrové řepy

CONVENIENT APPROACH TO MODELLING SUGAR BEET ROOT SHAPE GEOMETRY

Vojtěch Kumbár, Jiří Votava, Adam Polcar, Michal Šustr, Jaroslav Začal
Ústav techniky a automobilové dopravy, Mendelova univerzita v Brně

Tvar zemědělských produktů je jedním z nejdůležitějších faktorů ovlivňujících efektivní transport či skladování. Tvar také ovlivňuje přenos tepla a hmoty přímo v plodinách nebo s okolním prostředím. Proto jsou přesné geometrické modely nutné při využití numerického modelování a pro analýzu fyziologických procesů, ke kterým dochází např. při chlazení produktu (1), konvekčním sušení (2), dlouhodobém skladování a individuálním rychlém zmrazování produktu (3), k hodnocení mechanických vibrací při sklizni a při manipulaci (4) apod.

Metody popisující tvar se často používají pro určování tvarové variability (5). Existuje mnoho různých technik pro popis 2D tvarů. Využívá se např. Fourierových deskriptorů (FDS), což je jedna z nejpoužívanějších technik (6, 7). Nejnerealističtější geometrické 3D modely jsou získány pomocí technik reverzního inženýrství přímo zkonstruováním modelů z dat získaných z 2D nebo 3D zobrazovacích metod, jako jsou fotografie z řezů (8), fotografie z různých úhlů (9), X-ray CT (10) nebo MRI (11).

Uvedené metody jsou velmi přesné, avšak nákladné na finance i čas. V tomto článku byla geometrie bulev cukrové řepy tvořena pomocí základních prostorových těles.

Materiál a metodika

K základnímu modelování bulev cukrové řepy bylo vybráno 100 kusů ručně sbíraných rostlin. Samotné bulvy těchto rostlin po odstranění chrástu a kořene v místě, kde dosahoval šířky 10 mm ($r = 5$ mm), nesměly být okousané od hlodavců ani jinak poškozené a nesměly vykazovat vysokou míru mrcasatosti (12). Geometrie bulev byla modelována pomocí dvou základních prostorových těles, a to komolého kuželu a kulové úseče, jejichž společným rozměrem byl poloměr R , viz obr. 1. Složením těchto dvou těles bylo dosaženo vcelku ideálního prostorového modelu.

U jednotlivých bulev bylo měřeno místě s nejdelším obvodem, o , délka strany od nejširšího místa bulvy po kořen – strana komolého kuželu s , a dále výška od nejširšího místa bulvy po místo odřezu chrástu – výška kulové úseče H . V tab. I. jsou uvedeny průměrné, minimální a maximální hodnoty rozměrů řepných bulev se směrodatnými odchylkami. Dále bylo nutno dopočítat poloměr kulové úseče a zároveň podstavy komolého kuželu R a výšku komolého kuželu b . Pro výpočty byly použity vztahy:

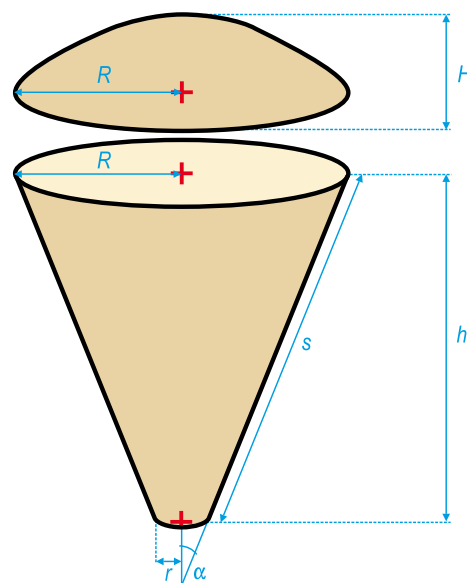
$$R = \frac{o}{2\pi} \quad (1)$$

$$b = \sqrt{\frac{s^2}{(R-r)^2}} = \sqrt{\frac{s^2}{\left(\frac{o}{2\pi} - r\right)^2}} \quad (2)$$

Pro verifikaci prostorového modelu bylo potřeba znát hustotu jednotlivých bulev cukrové řepy. Hustota byla určována pomocí hydrostatické metody.

Ke grafickému zpracování a statistickému vyhodnocení byl použit program Excel 2010 a Statistica 10.

Obr. 1. Prostorový geometrický model bulvy cukrové řepy



Výsledky a diskuze

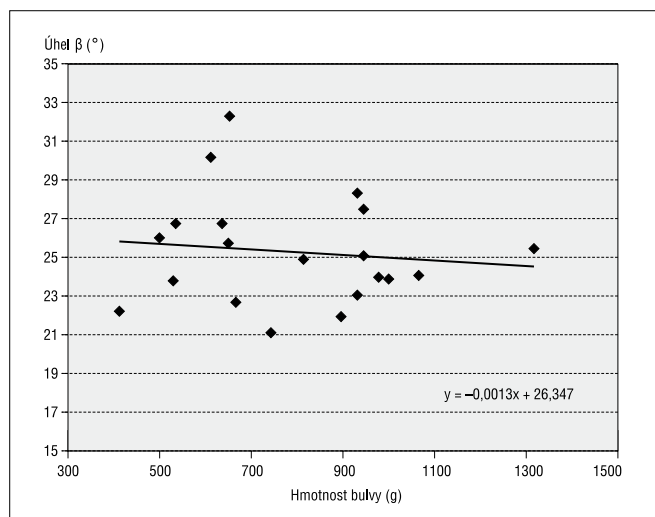
Pro dokončení prostorového modelování bylo nutno vypočítat rozměry R a b pomocí vztahů (1) a (2). Výsledné hodnoty obou vypočítaných rozměrů jsou uvedeny v tab. I.

Tab. I. Průměrné, minimální a maximální rozměry bulev cukrovky

	Rozměr (mm)			
	minimální	průměrný	maximální	σ – std.*
o	250,00	326,00	390,00	33,60
s	165,00	216,25	260,00	31,18
H	18,00	23,40	35,00	4,22
R	39,79	51,88	62,07	5,35
h	158,48	211,05	255,62	31,11

* směrodatná odchylka

Obr. 2. Závislost mezi úhlem bulvy u kořene a hmotností bulvy cukrové řepy



Výsledky modelování geometrie bulev bylo nutno verifikovat. Verifikace modelu byla provedena pomocí hustoty. U jednotlivých bulev byla pomocí prostorového modelu vypočítána hustota při známé hmotnosti jednotlivých bulev. Verifikace byla prováděna u čerstvých bulev cukrové řepy, jelikož hmotnost resp. hustota jsou velice závislé na délce a prostředí skladování (13).

Vypočítané hodnoty hustoty bulev byly porovnány s naměřenými hustotami jednotlivých bulev. Průměrná hodnota hustoty čerstvých bulev cukrové řepy vypočítaná pomocí prostorového modelu byla $(1055,55 \pm 101,30) \text{ kg.m}^{-3}$ a hodnota hustoty experimentálně stanovena byla $(1050,55 \pm 37,65) \text{ kg.m}^{-3}$.

Výsledkem verifikace byla 95% shoda hustot bulev vypočítaných (pomocí navrženého prostorového modelu) s hustotami bulev experimentálně stanovenými ($p < 0,05$).

Jelikož lze prostorový model uvažovat za přesný, bylo možno dále vypočítat objem a plochu bulev pomocí následujících vztahů:

$$V = V_{\text{komolého kužele}} + V_{\text{kulové úseče}} = \frac{\pi}{3} [b(R^2 + Rr + r^2) + H^2(3R - H)] \quad (3)$$

$$S = S_{\text{komolého kužele (bez podstavu)}} + S_{\text{kulového vrchlíku}} = \pi [r(s + r) + R(s + 2b)] \quad (4)$$

Tab. II. Průměrné, minimální a maximální hodnoty objemu a plochy bulev cukrové řepy

	Minimum	Průměr	Maximum	σ – std.*
V (cm ³)	387,59	757,14	1306,46	239,45
S (cm ²)	311,56	468,20	685,13	102,98
β (°)	21,08	25,29	32,28	2,73

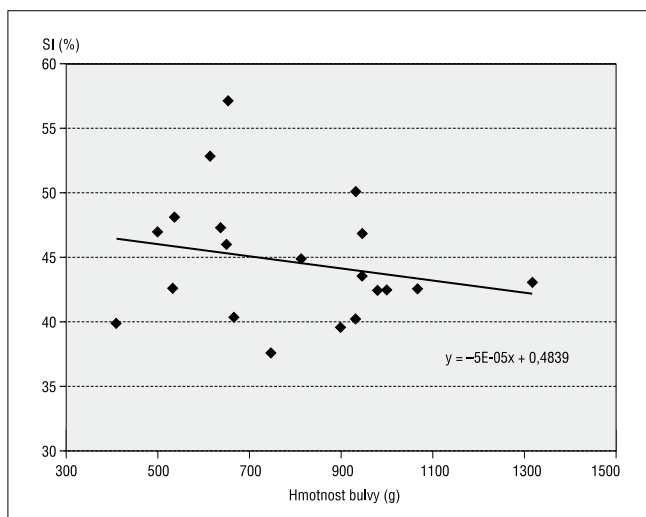
* směrodatná odchylka

Tab. III. Hodnoty tvarového indexu SI bulev cukrové řepy

	Minimum	Průměr	Maximum	σ – std.*
SI (%)	37,57	44,71	57,07	4,70

* směrodatná odchylka

Obr. 3. Závislost mezi tvarovým indexem a hmotností bulvy cukrové řepy



U plochy komolého kužele je nutno počítat pouze s plochou jeho pláště a plochou kruhu (u kořene bulvy).

Dále lze pomocí prostorového modelu vypočítat sinus úhlu β , který svírá bulva cukrové řepy u kořene, dle vztahu:

$$\sin \beta = 2 \sin \alpha = 2 \frac{R - r}{s} \quad (5)$$

Následně je možno vypočítat hodnotu úhlu β . Výsledné hodnoty objemu, plochy a úhlu β bulev cukrové řepy jsou uvedeny v tab. II.

Z grafu na obr. 2. je patrné, že neexistuje významná závislost mezi velikostí úhlu β svíraným u kořene bulev a hmotností bulev cukrové řepy ($p > 0,05$).

Podobně jako u některých dalších zemědělských produktů lze stanovit tzv. tvarový index SI (%) dle vztahu (14, 15):

$$SI = \frac{W}{L} \cdot 100 \quad (6)$$

kde W je šířka a L je délka bulvy. Výsledné hodnoty tvarového indexu jsou uvedeny v tab. III.

Z grafu na obr. 3. je rovněž patrné, že nebyla zjištěna významná závislost mezi tvarovým indexem SI a hmotností bulev cukrové řepy ($p > 0,05$).

Závěr

Na základě dostatečně početného vzorku bulev cukrové řepy ($n = 100$) byl vytvořen prostorový model bulev využitím komolého kužele a kulové úseče. Tento prostorový model byl následně verifikován pomocí sledování hustoty jednotlivých bulev. Výsledkem verifikace byla 95% shoda hustot bulev vypočítaných pomocí navrženého prostorového modelu s hustotami bulev stanovenými experimentálně ($p < 0,05$). Průměrná hodnota hustoty čerstvých bulev cukrové řepy vypočítaná pomocí prostorového modelu byla $(1055,55 \pm 101,30) \text{ kg.m}^{-3}$ a hodnota hustoty experimentálně stanovena byla $(1050,55 \pm 37,65) \text{ kg.m}^{-3}$. Uvedený model nebyl vhodný pouze u bulev s extrémními

parametry – vysokou hmotností, velkým nebo příliš malým rozměrem.

Pomocí vytvořeného prostorového modelu je možné jednoduše vypočítat objem a plochu bulev a také úhel svíraný u kořene bulvy cukrové řepy.

Z výsledků je rovněž patrné, že nebyla prokázána závislost mezi zmíněným úhlem a hmotností bulvy ($p > 0,05$).

Vytvořený prostorový model bulev cukrové řepy se dá využít k přibližnému výpočtu např. objemu a hmotnosti nákladu při transportu, prostoru potřebného ke skladování apod.

Příspěvek byl zpracován s podporou projektu TP 6/2015 „Řázové zatěžování zemědělských produktů a potravin“, financovaný Interní grantovou agenturou AF MENDELU.

Souhrn

Předložený článek se zabývá praktickým přístupem k modelování geometrie tvaru bulev cukrové řepy (*Beta vulgaris* L.). Na základě rozměrové analýzy vybraných ručně sbíraných bulev byl vytvořen prostorový geometrický model, který je složen z komolého kuželu a kulové úseče se společným rozměrem poloměru resp. podstavy. Tento prostorový model byl následně verifikován pomocí sledování hustoty jednotlivých bulev ($n = 100$). Výsledkem verifikace byla 95% shoda hodnot hustoty jednotlivých bulev vypočítaných (pomocí navrženého prostorového modelu) s hodnotami hustot jednotlivých bulev experimentálně stanovenými ($p < 0,05$). Průměrná hodnota hustoty čerstvých bulev cukrové řepy vypočítaná pomocí prosto-

rového modelu byla ($1055,55 \pm 101,30$) $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a průměrná hodnota hustoty experimentálně stanovena byla ($1050,55 \pm 37,65$) $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Hustota bulev je ovšem velmi závislá na době a podmínkách skladování bulev cukrové řepy. Model nebyl vhodný pouze u bulev s extrémními parametry – vysokou hmotností, velkým nebo příliš malým rozměrem. Pomocí vytvořeného prostorového modelu je možné jednoduše vypočítat objem ($757,14 \pm 239,45$) cm^3 a plochu bulev ($468,20 \pm 102,98$) cm^2 . Rovněž lze dopočítat úhel u kořene bulvy ($25,29 \pm 2,73$)°. Z výsledků je rovněž patrné, že nebyla prokázána závislost mezi zmíněným úhlem a hmotností bulev, a také mezi tvarovým indexem a hmotností bulev ($p > 0,05$).

Klíčová slova: modelování, verifikace, hustota bulev, objem bulev, plocha bulev.

Literatura

1. DEGHANNYA, J.; NGADI, M.; VIGNEAULT, C.: Mathematical Modeling Procedures for Airflow, Heat and Mass Transfer During Forced Convection Cooling of Produce: A Review. *Food Eng. Rev.*, 2, 2010, s. 227–243.
2. KAYA, A.; AYDIN, O.; DINCER, I.: Numerical modeling of heat and mass transfer during forced convection drying of rectangular moist objects. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49, 2006, s. 3094–3103.
3. PERALTA, J. M.; RUBIOLO, A. C.; ZORRILLA, S. E.: Mathematical modeling of the heat transfer and flow field of liquid refrigerants in a hydrofluidization system with a stationary sphere. *Journal of Food Engineering*, 99, 2010, s. 303–313.
4. JANCŠÓK, P. T. ET AL.: Investigation of the effect of shape on the acoustic response of “conference” pears by finite element modelling Pa. *Postharvest Biol. Technol.* 23, 2001, s. 1–12.



5. DELELE, M. A. ET AL.: Advances in mathematical modelling of postharvest refrigeration processes. *Stewart Postharvest Rev.*, 6, 2010, s. 1–8.
6. COSTA, C. ET AL.: Shape Analysis of Agricultural Products: A Review of Recent Research Advances and Potential Application to Computer Vision. *Food Bioprocess Technol.*, 4, 2011, s. 673–692.
7. MOREDA, G. P. ET AL.: Shape determination of horticultural produce using two-dimensional computer vision – A review. *Journal of Food Engineering*, 108, 2012, s. 245–261.
8. ZHANG, D.; LU, G.: Review of shape representation and description techniques. *Pattern Recognit.*, 37, 2004, s. 1–19.
9. GOŇI, S. M.; PURLIS, E.; SALVADORI, V. O.: Three-dimensional reconstruction of irregular foodstuffs. *Journal of Food Engineering*, 82, 2007, s. 536–547.
10. MOUSTAKIDES, G. ET AL.: 3D image acquisition and NURBS based geometry modelling of natural objects. *Advanced Engineering Software*, 31, 2000, s. 955–969.
11. GOŇI, S. M.; PURLIS, E.; SALVADORI, V. O.: Geometry modelling of food materials from magnetic resonance imaging. *Journal of Food Engineering*, 88, 2008, s. 561–567
12. ZAHRADNÍČEK, J.: Fyziologické a biotechnologické aspekty skladované cukrovky a zásady její ochrany. *Listy cukrov. řepář.*, 112, 1996 (11), s. 333–338.
13. KUMBÁR, V.; VOTAVA, J.; NEDOMOVÁ, Š.: Vliv délky skladování, počáteční hmotnosti a délky obvodu na hmotnostní a rozměrové úbytky bulev cukrové řepy. *Listy cukrov. řepář.*, 131, 2015 (11), s. 334–337.
14. SEVERA, L. ET AL.: Novel Approaches in Mathematical Description of Hen Egg Geometry. *Int. J. Food Properties*, 16, 2013 (7), s. 1472–1482.
15. KUMBÁR, V. ET AL.: On the influence of storage duration on rheological properties of liquid egg products and response of eggs to impact loading – Japanese quail eggs. *Journal of Food Engineering*, 166, 2015, s. 86–94.

Kumbár V., Votava J., Polcar A., Šustr M., Začal J.: Convenient Approach to Modelling Sugar Beet Root Shape Geometry

The present article deals with a convenient approach to modelling sugar beet root shape geometry (*Beta vulgaris* L.). Using dimensional analysis of selected hand-harvested roots a spatial geometric model was created; the model is composed of a truncated cone and a spherical segment with a common radius, respectively base. This spatial model was subsequently verified by monitoring the density of individual roots ($n = 100$). Verification result was a 95% correlation between the calculated density values of the individual roots (using the proposed model) and the experimentally determined density values of each roots ($p < 0.05$). The average values of the calculated root density were $(1055.55 \pm 101.30) \text{ kg m}^{-3}$ and the experimental density values were $(1050.55 \pm 37.65) \text{ kg m}^{-3}$. The model was only unsuitable for roots with extreme parameters – high weight, too large or too small in size. Using a simple model, the volume of sugar beet roots $(757.14 \pm 239.45) \text{ cm}^3$ and their surface $(468.20 \pm 102.98) \text{ cm}^2$ can easily be calculated. It is also possible to calculate the root angles $(25.29 \pm 2.73)^\circ$. The results also prove that there is no correlation between the angle and the mass of sugar beet roots, and between the Shape index and the mass ($p > 0.05$).

Key words: modelling, verification, density of roots, volume of roots, surface of roots.

Kontaktní adresa – Contact address:

Ing. Vojtěch Kumbár, Ph. D., Mendelova univerzita v Brně, Ústav techniky a automobilové dopravy (oddělení fyziky), Zemědělská 1, 613 00 Brno, Česká republika, e-mail: vojtech.kumbar@mendelu.cz